

Exponenciální modely náhodných grafů: modelování relačních mechanismů na případu sítě organizací zapojených v českém uhelném sektoru*

TOMÁŠ DIVIÁK^{1**}, PETR OCELÍK²

¹Department of Criminology a Mitchell Centre for
Social Network Analysis, University of Manchester

²Fakulta sociálních studií, Masarykova univerzita, Brno

Exponential Random Graph Models: Modelling Relational Mechanisms in the Inter-organisational Network of the Czech Coal Subsystem

Abstract: This study provides the first comprehensive introduction to exponential random graph models (ERGM) in the Czech academic literature. In it we apply ERGM to a network of 68 organisations involved in the Czech coal policy subsystem. First, we summarise the major limitations of the statistical modelling of network data arising from the interdependencies among observations and explain principled solutions to them provided by ERGM. Next, we discuss ERGM's metatheoretical assumptions and their embeddedness within the broader context of social science research. We then introduce three types of relational mechanisms (endogenous, individual, and dyadic) operationalised as specific configurations, which we illustrate through the empirical example of an expert information network. Following a descriptive analysis we apply ERGM, breaking it down into three main steps: simulation, estimation, and estimation assessment. We provide a detailed interpretation of the model's development and results, along with recommendations for building a model and solutions to convergence failure problems. One important finding is that one predictor of the exchange of expert information is ideological homophily, which reduces the potential of expertise to seek compromise solutions. We close with a discussion of the results and ERGM extensions to apply to more complex types of network data such as bipartite and multiplex networks and valued and longitudinal data.

Keywords: social network analysis, exponential random graph models, political networks, social mechanisms, statistical models

Sociologický časopis / Czech Sociological Review, 2024, Vol. 60, No. 1: 7–35

<https://doi.org/10.13060/csr.2023.046>

* Článek vznikl v rámci projektu „Perspektivy evropské integrace v kontextu globální politiky IV“ (MUNI/1240/2021) a byl také podpořen v rámci projektu NPO „Národní institut pro výzkum socioekonomických dopadů nemocí a systémových rizik“ (LX22NPO5101).

** Veškerou korespondenci posílejte na adresu: Mgr. Tomáš Diviák, Department of Criminology a Mitchell Centre for Social Network Analysis, University of Manchester; Oxford Road, Manchester M13 9PL, Velká Británie, e-mail: tomas.diviak@manchester.ac.uk.

Úvod

Analýza sociálních sítí (dále SNA, z anglického *social network analysis*) je svébytným přístupem ke studiu (nejen) sociálního světa. SNA spočívá na předpokladu, že sociální svět je utvářen primárně *relačně* prostřednictvím celé řady rozmanitých vztahů mezi různými entitami včetně sociálních aktérů. Ústředním konceptem SNA je graf, tedy matematická reprezentace sítě, zahrnující alespoň jednu množinu uzlů (typicky sociálních aktérů) a alespoň jednu množinu vazeb mezi nimi (například spolupráce) (Brandes et al., 2013; Wasserman a Faust, 1994)¹. Díky tomu, že je definice sítě značně abstraktní a široká, lze SNA aplikovat napříč sociálněvědními oblastmi. Za pomoci SNA tedy můžeme studovat kupříkladu vztahy v pracovních kolektivech či školních třídách, interakce zájmových skupin, vztahy států v mezinárodním prostředí nebo chování jednotlivců na online platformách. V posledních dekádách tak můžeme sledovat rapidní rozvoj výzkumu sítí v sociologii, politologii, pedagogice či kriminologii (Robins, 2015; Scott a Carrington, 2011). Právě explicitní popis a modelování vztahů mezi sociálními aktéry SNA odlišuje od klasického statistického přístupu v sociálních vědách, který se soustřeďuje na individuální aktéry a jejich vlastnosti popsané prostřednictvím proměnných.

V rámci deskriptivní SNA existuje celá řada metrik a algoritmů umožňujících zevrubný popis dané sítě: pomocí měr koheze lze charakterizovat síť jako celek, díky algoritmům pro detekci komunit lze zase v síti nalézt podskupiny úzce propojených uzlů či prostřednictvím měr centrality identifikovat klíčové aktéry. Podobně jako v klasické statistice jsou tyto deskriptivní nástroje velice užitečné a umožňují zodpovězení pestré škály výzkumných otázek. K zodpovězení komplexnějších výzkumných otázek je však, opět podobně jako v klasické statistické analýze, třeba použít metody statistické inference a statistického modelování.

Etablovaný aparát statistického modelování však nelze prostě jen vzít a aplikovat jej při analýze libovolných síťových dat. Jsou pro to dva hlavní důvody. Prvním a patrně tím nejzásadnějším je narušení předpokladu nezávislosti pozorování, což je základní předpoklad klasické statistické inference a modelování. Tento předpoklad je však v síťových datech nutně narušen, neboť taková data jsou postavená na interdependenci pozorování prostřednictvím různých komplexních vzorců vzájemné (ne)propojenosti. Druhým důvodem pak je, že zatímco klasická inference pracuje s výběrem z určité populace a na tuto populaci se snaží své závěry zobecňovat, inference ve výzkumu sítí je zpravidla orientovaná na model (Snijders, 2011). Analyzovaná síť je totiž zpravidla úplným souhrnem uzlů a vazeb mezi nimi, a tedy populací, přičemž inference míří na identifikaci systematického působení určitých mechanismů postulovaných v rámci modelu, který má vysvětlovat, jak daná síť vznikla.

V rámci SNA tak byly vyvinuty a jsou rozvíjeny statistické modely, které různou měrou tato dvě specifika zohledňují. Exponenciální modely náhodných

¹ Pojmy graf a síť proto můžeme chápat synonymicky.

grafů (dále ERGM, *exponential random graph model*) tvoří patrně nejčastěji užívanou a nejvíce rozvinutou rodinu modelů, které explicitně modelují interdependenci v síťových datech a umožňují tak systematické testování vlivu různých relačních mechanismů na strukturu pozorované sítě. Jinak řečeno, ERGM umožňují určit, které mechanismy pozorovanou síť utvářely. Jsou to právě ERGM, jimž se věnuje předložená studie. Naším cílem je zde zevrubně představit tyto modely v prostředí českých a slovenských sociálních věd od jejich statistických základů a teoretického ukotvení až po praktické otázky jejich aplikace a implementace v dostupném softwaru. Možnosti a omezení ERGM zde demonstrujeme v aplikaci na konkrétní případ sítě 68 organizací (politické strany, energetické společnosti nebo environmentální hnutí) podílejících se na politickém procesu regulujícím uhelný sektor v České republice. O této síti pak přinášíme původní poznatky na základě výsledků z našich modelů.

Síť organizací v uhelném sektoru České republiky – kontext a data

Modelovým případem, na němž budeme ilustrovat aplikaci ERGM je síť organizací podílejících se na tvorbě uhelných politik. ERGM tedy využíváme v kontextu studia politických sítí (Victor et al., 2018), jehož cílem je zachytit, jak různé typy státních a nestátních aktérů interagují za účelem ovlivnění podoby konkrétních politik. Protože jednotliví aktéři zpravidla nemohou dosáhnout svých cílů sami, musejí vstupovat do vztahů koordinace, spolupráce nebo směny zdrojů.

Studovaným případem je uhelný sektor České republiky. Česká republika, evropsky významný producent hnědého uhlí, je jednou z nejvíce průmyslových zemí a patří rovněž mezi největší emitenty CO₂ na obyvatele v Evropské unii (Ocelík et al., 2019). Klíčovou otázkou současnosti přitom je, za jakých podmínek a kdy k odchodu od uhlí dojde. Aby dosáhli svých partikulárních cílů, vstupují angažovaní aktéři do interakcí, jejichž prostřednictvím si vyměňují zdroje, včetně expertních informací, a koordinují své jednání. Suma těchto lokalizovaných interakcí pak utváří celkovou (globální) strukturu sítí – v našem případě výměny expertních informací, spolupráce a vnímaného vlivu. Expertní informace, definované jako informace vědeckého, technického či procesního charakteru, představují specifický typ zdroje, který má v rámci politického procesu významnou úlohu. Umožňují totiž aktérům s rozhodovacími pravomocemi daný problém lépe diagnostikovat a posoudit jeho dostupná řešení. Tento předpoklad je dále umocněn v případě komplexních politických problémů, jako jsou právě transformace energetiky a uhelný útlum, spojených s vysokou mírou nejistoty. Vzorce výměny expertních informací jsou rovněž zásadní z hlediska schopnosti politických aktérů a jejich koalic změnu daných politik prosadit či této změně zabránit. Důležité přitom je, zda je výměna expertizy podmíněna ideologickými pozicemi aktérů, či nikoli (Wagner et al., 2021). Porozumění tomu, jakým způsobem si relevantní političtí aktéři vědecké či širěji expertní informace vyměňují, je tedy podstatnou součástí agendy výzkumu politického procesu (Weible et al., 2018).

Obecnou výzkumnou otázku proto formulujeme takto: *Které relační mechanismy ovlivňují výměnu expertních informací v českém uhelném sektoru?*

Data byla posbírána prostřednictvím online dotazníku zaslaného zástupcům organizací v druhé půli roku 2017. Hranice sítě, tedy seznam zahrnutých organizací, byly stanoveny na základě dvoufázového procesu. Na základě předběžných rešerší a předchozího výzkumu byl nejprve vytvořen výchozí seznam, který byl posléze konzultován prostřednictvím expertního dotazníku zahrnujícího představitele průmyslu, státních institucí, nevládního sektoru a akademické sféry. Výsledný seznam zahrnuje 83 organizací. Návratnost činila 82 %, tj. data byla získána pro 68 organizací. Dotazník obsahoval tři hlavní části: politická přesvědčení organizací; vztahy mezi organizacemi; kontextové informace. Politická přesvědčení byla měřena prostřednictvím čtyř škál zachycujících jejich ekonomickou, environmentální, politicko-bezpečnostní a procesní složku. Relační data zachycují (1) politickou spolupráci, (2) výměnu expertních informací a (3) vnímaný politický vliv na základě odpovědí na následující položky: *označte organizace, s nimiž Vaše organizace v posledních dvou letech v rámci uhelného sektoru (1) politicky spolupracovala; (2) směňovala expertní informace; a které v tomto kontextu považuje za (3) politicky vlivné*. Na tomto základě byly zrekonstruovány tři binární orientované sítě. Pro více informací stran sběru a zpracování dat viz Ocelík et al. (2019).

Specifika statistického modelování síťových dat

Jak jsme již předeslali v úvodu, statistické modelování síťových dat zásadně ovlivňují dvě specifika, která prakticky znemožňují prosté převzetí metod inference a modelů z klasické statistické analýzy dat. Hlavním specifikem síťových dat je, že inherentně narušují předpoklad vzájemné nezávislosti jednotlivých pozorování (Brandes et al., 2013; Robins, 2013). Tento předpoklad v klasické statistice znamená, že jsou pozorování (v sociálních vědách typicky respondenti) vybrána z dané populace vzájemně nezávisle na sobě a že hodnoty jejich závisle proměnných nejsou systematicky závislé. Narušení tohoto předpokladu se v sítích projevuje jak na úrovni uzlů, tak na úrovni vazeb. Například počet vazeb, který má uzel A, je jednoznačně spjatý s počtem vazeb, který má jeho soused (tj. uzel, na nějž má přímou vazbu), uzel B. Pokud bychom uzlu A odebrali jeho vazbu na B, nezmění se jen počet vazeb, který má uzel A, ale nezbytně i počet vazeb uzlu B. Na úrovni vazeb lze interdependenci ilustrovat příkladem, kdy pravděpodobnost existence vazby (např. reprezentující přátelství) mezi uzly C a D závisí na tom, zda mají oba tyto uzly společného přítele, uzel E. Pokud již existují přátelské vazby C–E a D–E, pak pravděpodobnost existence vazby, *ceteris paribus*, C–D narůstá, což je jev, kterému se říká shlukování, tranzitivita či triadická uzávěra (Rivera et al., 2010; Snijders, 2013). Obecně platí, že pokud je v datech přítomna interdependance, aplikace klasických statistických modelů není validní, neboť výsledné směrodatné chyby, p-hodnoty a intervaly spolehlivosti jsou zkresleny dvěma způsoby. Jednak chybějící informace o interdependenci představuje de

facto problém opomenuté proměnné a jednak pozorování přispívají méně nezávislými informacemi do modelu, čímž se uměle snižují směrodatné chyby a p-hodnoty a narůstá tak riziko chyby I. druhu, resp. falešně pozitivních závěrů (Cranmer et al., 2020, s. 6).

Druhé specifikum statistického modelování síťových dat nemá přímý dopad na matematické podloží modelu nebo vychýlení p-hodnot či jiných výsledků. Má však dopad na to, co lze z výsledků modelování usuzovat. Jedná se o to, že statistické modelování v sítích zpravidla usiluje o inferenci na model, čímž se liší od běžného využití statistické inference, neboť ta většinou usiluje o inferenci z výběru na populaci (Snijders, 2011). Inference z výběru na populaci (někdy také designově orientovaný přístup) usiluje o odpověď na otázku, zda či do jaké míry jsou výsledky získané na daném výběru zobecnitelné na výchozí populaci. Inference na model usiluje o zodpovězení otázky, zda je možné daný model či mechanismus označit za adekvátní vysvětlení toho, co pozorujeme v datech. V síťovém výzkumu nás pak mnohdy zajímá, zda struktura dané sítě nebo nějaká její vlastnost (např. vysoká míra centralizace) vyvstala působením postulovaného mechanismu (např. tendence aktérů koncentrovat vazby kolem již centrálních uzlů) nebo je lze vysvětlit působením soupeřících mechanismů (např. tendence aktérů vyhledávat aktéry s určitými atributy) nebo náhody. A jsou to právě síťové mechanismy, na něž se přímo zaměřují ERGM.

Mechanismy v sociálních sítích

Pozoruhodným aspektem ERGM z hlediska sociálních věd je úzké spojení mezi společenskovední teorií a metodologickými prameny, z nichž ERGM vychází. ERGM byly vyvinuty v kontextu sociálních věd primárně pro jejich potřeby, tj. za účelem vysvětlovat struktury sociálních sítí. Poznatky ze studia sociálních sítí přitom posléze informovaly další vývoj ERGM tak, aby tyto modely dokázaly snáze a přesněji vysvětlovat data pocházející ze společenských věd (Snijders et al., 2006).

Do ERGM se toto prolnutí s teorií promítá prostřednictvím konceptu relačních či síťových mechanismů. Mechanismem rozumíme specifickou konstelaci entit a aktivit, typicky aktérů a jejich jednání, která má tendenci generovat určitý typ pozorovaného jevu (Hedström, 2005, s. 2). Relační (či síťový) mechanismus je pak takový mechanismus, který se váže k formování vazeb v sociálních sítích (Rivera et al., 2010). Relační mechanismy slouží k vysvětlování vzniku, zachování či zániku vazeb. Jednoduchým relačním mechanismem zahrnujícím dva aktéry (uzly) je reciprocita definovaná jako tendence opěťovat přijatou vazbu. Mechanismus reciprocit je tedy zachycen konfigurací páru (dyády) zahrnující dvě orientované vazby. Zdůrazníme, že pouhé porovnání měr centrality napříč kategoriemi uzlů či permutování dané sítě k inferenci o tom, které mechanismy se na vzniku dané sítě podílely, není dostatečné, neboť v takovém případě nezohledňuje to, že

v sociálních sítích takřka vždy působí vícero mechanismů najednou. Kupříkladu vznik soudržných podskupin může být výsledkem triadické uzávěry, homofilie či společného působení těchto dvou mechanismů. Naopak tendence směrem k otevřeným trojúhelníkům (2-cestám) soudržnost oslabuje. Působení různých mechanismů, které se mohou vzájemně posilovat i oslabovat, je proto nutné statisticky kontrolovat, což umožňují právě statistické modely jako ERGM.

Poznamenejme, že v kontextu průřezových dat nelze vznik, zachování a zánik dané vazby odlišit, a proto se obvykle využívají relační mechanismy k vysvětlování prosté existence či neexistence vazeb. Svým důrazem na mechanismy coby mikrosociální základy, z nichž vznikají makrosociální struktury (v případě SNA struktury sítí a jejich vlastnosti) jsou ERGM synergické s výzkumnými programy, které v sociálních vědách rovněž akcentují mechanistická vysvětlení a mikro–makro linku, v sociologii se jedná především o analytickou sociologii (srov. Amati a Stadtfeld, 2021; Hedström, 2005). Pro přehlednost lze relační mechanismy rozčlenit na tři typy: endogenní (též strukturní), atribuční (též individuální) a dyadické (Lusher a Robins, 2012). Nyní popíšeme každý z těchto typů a ukážeme mechanismy, jež je běžně reprezentují, přičemž tyto mechanismy obratem budeme ilustrovat na našem empirickém příkladu.

Endogenní či strukturní mechanismy jsou mechanismy, které vysvětlují (ne)existenci dané vazby (ne)existencí jiné vazby či vazeb v dané síti bez ohledu na vnější faktory. Jak je tomu kupříkladu v případě reciprocita: aby vznikla vazba $A \rightarrow B$, může být postačujícím vysvětlením existence vazby v opačném směru (tj. $B \rightarrow A$). Endogenní mechanismy tak explicitně odkazují na ideu sebeorganizace sítí (Robins, 2015), která tvrdí, že struktura sítí nemusí být řízena nějakou vnější organizující entitou ani že síť jako taková nemusí být vědomou uvažující entitou, ale že k emergenci a vývoji struktury sociálních sítí postačují její lokální zárodky, z nichž se může postupně utvářet. Mezi nejčastěji zkoumané endogenní mechanismy v orientovaných sociálních sítích patří reciprocita, triadická uzávěra (tranzitivní a cyklická) a akumulace vazeb.

Reciprocita (*reciprocity*): reciprocita značí tendenci aktérů opěťovat přijaté vazby. Tento mechanismus patří mezi stabilní a silné mechanismy pozorované v lidských sociálních sítích, což se v obecných intencích vysvětluje tím, že první vazba v dané dyádě vytváří podnět k odpovědi a příležitost pro vzájemnou interakci, což značně zvyšuje pravděpodobnost vytvoření reciproké vazby v porovnání s vytvořením vazby bez prvotní interakce v opačném směru (Rivera et al., 2010; Snijders, 2013). V našem empirickém kontextu také očekáváme pozitivní efekt, neboť reciprocita nejenže vytváří závazky, ale zpravidla rovněž snižuje transakční náklady a posiluje důvěru mezi partnery (Fischer a Sciarini, 2015), což je obzvláště důležité v kontextu konfliktního prostředí, jakým je český uhelný sektor.

Uzávěra (*closure*): triadická uzávěra (také tranzitivita či shlukování) značí tendenci aktérů utvářet uzavřené sociální struktury, které se v síti projevují jako uzavřené trojúhelníky (Holland a Leinhardt, 1971). Tradičně bývá popisována po-

řekadlem o tom, že „přítel mého přítele je i mým přítelem“, protože uzavření trojúhelníku znamená, že daní aktéři, mezi nimiž vzniká uzavírající vazba, již mají oba vazbu k třetímu aktérovi. Uzavřené trojúhelníky (a uzavřené sociální struktury obecně) jsou pak považovány za atraktivní a stabilní, neboť upevňují vzájemnou důvěru, spolupráci, podporu a normy v rámci zúčastněných dyád díky „dohledu“ třetí strany (Coleman, 1988). V orientovaných sítích lze rozlišit uzávěru tranzitivní a cyklickou (Rivera et al., 2010). V tranzitivně uzavřeném trojúhelníku se vyskytuje jeden uzel se dvěma odchozími vazbami, jeden s jednou příchozí a jednou odchozí vazbou a konečně jeden se dvěma vazbami příchozími. Takovéto rozložení vazeb ustavuje mezi uzly hierarchii tím, že jeden z nich má pouze vazby příchozí (a je tak nejatraktivnější/nejpopulárnější), zatímco další má pouze vazby odchozí (a je tak nejvíce sociabilní/nejaktivnější). Tato hierarchie v případě cyklické uzávěry nevzniká, protože v cyklicky uzavřeném trojúhelníku má každý uzel právě jednu odchozí a právě jednu příchozí vazbu (Robins et al., 2009). Sdílení partnerů je ve výzkumu politických sítí považováno za indikaci organizační kapacity a spolehlivosti zapojených organizací, což se následně promítá do obecného snižování nejistoty (Leifeld a Schneider, 2012). V případě orientovaných vazeb lze ovšem stanovit specifitější očekávání. Protože zdroje, mezi něž patří také expertní informace, jsou v politických sítích zpravidla distribuovány nerovnoměrně (Weible et al., 2018), lze předpokládat pozitivní efekt tranzitivní uzávěry a negativní efekt cyklické uzávěry. Jinak řečeno, tento výsledek by indikoval existenci hierarchického členění sítě ve smyslu rozlišení mezi skupinami aktérů, kteří jsou spíše poskytovateli či příjemci expertních informací (Wagner et al., 2021).

Akumulace vazeb (*tie accumulation*): tento mechanismus značí tendenci aktérů akumulovat vazby tím více, čím více jich již mají (De Solla Price, 1976). Důvodem pro takové jednání v síti může být to, že se aktéři, kteří již mají hodně vazeb, stávají snadno viditelnými a také potenciálně výhodnými, neboť pro aktéry s menším počtem vazeb otevírají mnoho nových potenciálních kontaktů a příležitostí. Jedná se vlastně o efekt svatého Matouše (Merton, 1968) v sociálních sítích. Tuto obecnou tendenci lze předpokládat také v případě politických sítí, kde jsou aktéři s vyšším počtem vazeb ostatními zpravidla rozeznáváni jako vlivní, což dále zvyšuje jejich atraktivitu. Odpovídající konfigurace tedy zahrnuje pro kontrolu tohoto mechanismu.

Atribuční mechanismy vysvětlují existenci dané vazby působením proměnných na úrovni uzlů, kterým se v SNA běžně říká atributy. Atributy mohou zvyšovat či snižovat pravděpodobnost existence vazby $A \rightarrow B$ v orientované síti na straně uzlu A či B nebo na obou uzlech. Konkrétní způsob, jak daný atribut může působit na formaci vazeb v pozorované síti, závisí na tom, jakým typem proměnné tento atribut je. U binárních atributů je to prostě jeho přítomnost, absence či podobnost v rámci dané dyády, zatímco u kardinálního atributu lze uvažovat o různých hladinách daného atributu a jeho rozdílech, kumulaci či průměru mezi danými dvěma uzly.

Aktivita (*activity*): aktivitou v souvislosti s individuálním atributem máme na mysli tendenci aktérů s daným atributem *vysílat* více či méně vazeb v závislosti na úrovni daného atributu (Amati a Stadtfeld, 2021). Obecným zdůvodněním je, že úroveň daného atributu usnadňuje utváření vazeb nebo zvyšuje pravděpodobnost, že budou aktéři v síti aktivní. V našem případě je takovým atributem *typ organizace*, kde standardně rozlišujeme mezi: státními organizacemi, politickými stranami, průmyslem, environmentálními nevládními organizacemi (ENGOS) a výzkumnými organizacemi. Nejvíce nás zajímá aktivita průmyslových aktérů a ENGOS reprezentujících soupeřící společenské zájmy. Lze předpokládat, že obě skupiny se budou prostřednictvím poskytování expertizy – především státním aktérům a politickým stranám – pokoušet ovlivňovat jejich rozhodování. Stejnou tendenci lze očekávat také v případě organizací z výzkumného sektoru, jejichž primárním účelem je právě produkce a poskytování expertních informací.

Atraktivita (*attractivity*): atraktivitou v souvislosti s individuálním atributem v protikladu k aktivitě rozumíme tendenci aktérů s daným atributem *přijímat* více či méně vazeb v závislosti na úrovni daného atributu (Amati a Stadtfeld, 2021). Obecně řečeno, toto se může dít proto, že aktéři s daným atributem představují lukrativní partnery nebo je jejich atribut v dané síti hodnotným zdrojem. V případě sítě organizací zapojených v českém uhelném sektoru jde o organizace vládnutí, tj. kompetentní ministerstva nebo specializované agentury, a dále rovněž politické strany kontrolující politický proces. Tyto organizace jsou proto obvyklým „cílem“ organizací, zde fosilního průmyslu a ENGOS, prosazujících specifické společenské zájmy. Toto ovlivňování probíhá rovněž prostřednictvím poskytování expertizy.

Homofilie (*homophily*): homofilie patří mezi jednu z nejčastěji pozorovaných empirických regularit napříč různými kontexty v sociálněvědním výzkumu, a to i mimo SNA (McPherson et al., 2001). Jedná se o tendenci aktérů, kteří jsou si vzájemně podobní v nějakém relevantním atributu, být vzájemně propojeni také vazbou (McPherson et al., 2001; Rivera et al., 2010). Zde se jedná o homofilii politických přesvědčení (ideologickou homofilii) a interorganizační homofilii. Zároveň v prvním případě jde o tendenci navazovat vazby mezi aktéry s podobným politickým přesvědčením, jakým může být např. podpora uhlíkové daně, interorganizační homofilie zachycuje tendenci navazovat vazby mezi organizacemi stejného typu. Toto očekávání vyplývá především z obecné funkční diferenciací politického systému, kde je v případě některých typů organizací vzájemná výměna (expertních) informací formálně vyžadována (státní aktéři) či přímo souvisí s jejich zaměřením (výzkumné organizace). Dalším důvodem může být vnitroskupinové sdílení zdrojů, zde tedy expertizy, s cílem efektivního ovlivňování politického procesu (především ENGOS).

Dyadické mechanismy vysvětlují existenci dané vazby odkazem na faktor, který exogenně (tj. z vnějšku sítě, jejíž vazby chceme vysvětlit) působí na danou dyádu. Dyadické mechanismy tak zachycují, jak přítomnost dyadických faktorů usnadňuje vznik vazby v síti nebo mu naopak zabraňuje. Takovým faktorem

může být třeba geografická blízkost, která se projevuje v mechanismu propinkvity (*propinquity*), kdy prostorově si bližší uzly mají vyšší pravděpodobnost, že spolu budou interagovat (Daraganova et al., 2012). Značné teoretické i empirické pozornosti se ve výzkumu sociálních sítí dostává tzv. multiplexním sítím, což jsou sítě s více rozdílnými typy vazeb mezi jednou množinou uzlů (Wang, 2013).

Strhávání vazeb (*tie entrainment*): Strhávání vazeb je mechanismus často pozorovaný v multiplexních sítích, kdy existence vazby mezi danými dvěma aktéry zvyšuje pravděpodobnost vytvoření vazby v jiné síti mezi těmito dvěma aktéry (Wang, 2013). V našem případě chceme vysvětlit síť výměny expertních informací za pomoci vazeb v dalších dvou sítích, konkrétně v síti politické spolupráce a vnímaného vlivu. V případě, že mezi aktéry existuje spolupráce, jako například koordinace postojů k chystané legislativě, stává se výměna expertních informací zpravidla součástí tohoto procesu. Aktéři rovněž mohou poskytovat expertní informace s cílem ovlivnit pozici (politické přesvědčení) příjemce. Pokud jde o (vnímaný) vliv dané organizace, dosavadní výzkum široce zdokumentoval tendenci, že vlivné organizace jsou zpravidla častěji vyhledávány jako partneři pro spolupráci (Weible et al., 2018). Obdobný vzorec, i vzhledem k výše uvedenému, lze očekávat v případě výměny informací. Z těchto důvodů tedy očekáváme pozitivní efekty v případě obou sítí.

Exponenciální modely náhodných grafů

Jednotlivé mechanismy popsané v předchozí sekci jsou přímo spojeny s tím, jak se ERGM specifikují v praxi. Klíčové je, že výzkumníci specifikují daný model tím, že na základě svých teoretických a substantivních poznatků nejprve identifikují ty mechanismy, jejichž vliv v síti chtějí zkoumat, a následně tyto mechanismy operacionalizují jako tzv. konfigurace (Lusher a Robins, 2012). Konfigurace je podgraf (tj. podmnožina uzlů a vazeb mezi nimi), který reprezentuje určitý mechanismus. Tabulka 1 zachycuje všechny mechanismy, které v našem případě zkoumáme (a specifikujeme jimi tedy model) a jim odpovídající konfigurace. Každá konfigurace přitom má nejen svou vizuální podobu, ale i své matematické vyjádření (vzorec), což umožňuje jejich užití ve statistickém modelu. Například počet reciprokých dyád M (konfigurace *mutual*) lze vyjma grafického zobrazení reciproké vazby vyjádřit také jako součet součinu matice sousednosti X_{ij} a její transpozice X_{ji} (Wasserman a Faust, 1994).

$$(1) M = \sum_{i < j} X_{ij} X_{ji}$$

Zjednodušeně řečeno, ERGM se na základě takto specifikované sady konfigurací nejprve snaží pomocí simulací vytvořit distribuci sítí podobných té pozorované (x) v modelovaných statistikách, tj. pozorovaných počtech konfigurací $z(x)$ zahrnutých v modelu. Na základě takovéto distribuce ERGM následně odhadu-

je hodnotu parametru θ vyjadřující významnost jednotlivých konfigurací pro strukturu dané sítě (Harris, 2014; Robins a Lusher, 2012). Pozitivní hodnoty jednotlivých parametrů připisují vyšší pravděpodobnost grafům z vygenerované distribuce, které obsahují vyšší počet dané konfigurace, zatímco negativní hodnoty parametrů připisují grafům s nižším počtem dané konfigurace pravděpodobnost nižší.

$$(2) P(X = x) = \frac{\sum_x \theta' z(x)}{k}^2$$

Cílem ERGM je tedy odhadnout vektor parametrů θ' pro statistiky $z(x)$ spočtené na pozorované síti tak, aby maximalizoval pravděpodobnost *pozorované* sítě x vůči všem *možným* sítím stejné velikosti. Statistiky $z(x)$ jsou dány specifikací modelu, a kromě průsečíku (počtu vazeb) mohou zahrnovat pozorované počty určitých atributů, reciprokových dyád, tranzitivních uzávěr (viz Tabulka 1) a podobně (viz Cranmer et al., 2020). Všimněme si, že vektory odhadů parametrů pro zahrnuté statistiky jsou uvnitř exponentu – odtud tedy přívlastek exponenciální v názvu modelu³.

$$(3) k = \sum_x \exp(\theta' z(x^*))$$

Normalizující konstanta k (rovnice 3) aproximuje distribuci všech možných sítí dané velikosti. I v případě sítí s triviálně malým počtem uzlů je totiž počet všech možných sítí, které lze na dané množině uzlů zkonstruovat, extrémně vysoký (konkrétně $2^{n(n-1)}$ pro orientované sítě⁴), výše uvedenou rovnici (2) tak není možné vyřešit analyticky ani empiricky (Snijders a Koskinen, 2012). Proto se k výpočtu ERGM používají simulace. Tyto simulace zde popíšeme intuitivně, přičemž čtenářům, kteří by se chtěli dozvědět více o technických detailech, můžeme doporučit příslušné kapitoly v pracích Harris (2014) či Lushera a kolegů (2012).

Odhad parametrů v modelu je prováděn běžně metodou stochastické aproximace (*stochastic approximation*) (Snijders, 2002) ve třech fázích tak, aby vektor parametrů θ maximalizoval pravděpodobnost pozorovaných dat, jak je běžné u odhadů pomocí metody maximální věrohodnosti (*maximum likelihood*) (Snijders a Koskinen, 2012). První fáze, inicializace, „nahrubo“ zkouší simulovat malé množství sítí a z nich zjednodušeně odhadnout parametry θ jako základ pro druhou fázi. Ve druhé fázi, optimalizaci, jsou iterativně simulovány sítě tak, aby se co nejvíce podobaly síti pozorované, přičemž se zároveň po každé simulaci upravují hodnoty parametrů tak, aby stále maximalizovaly pravděpodobnost pozorova-

² V literatuře se objevují i jiné, avšak ekvivalentní varianty této rovnice. Zde se odvoláváme na její podobu v úvodním článku Robinse et al. (2007).

³ Přesnější, avšak v praxi nepřilíš často užívané je označení *exponential-family random graph model*.

⁴ Pro představu: orientovaná síť s pěti uzly má 2^{20} , tj. více než milion, možných grafů.

ných dat tak, aby rozdělení takto nasimulovaných sítí bylo v průměru totožné s pozorovanou sítí z hlediska v modelu zahrnutých konfigurací. Konečně, ve třetí fázi dochází jednak k výpočtu směrodatných chyb, které umožňují statistickou inferenci, a jednak k ověření konvergence modelu, k čemuž slouží výpočet t-poměru (rovnice 4).

$$(4) \text{ t-poměr} = \frac{\text{průměrná hodnota simulované statistiky} - \text{hodnota pozorované statistiky}}{\text{směrodatná odchylka hodnoty simulované statistiky}}$$

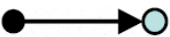
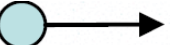
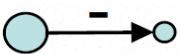
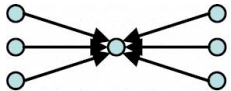
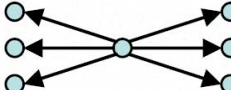
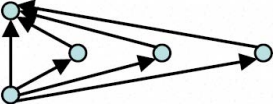
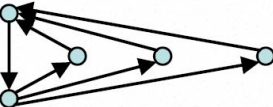
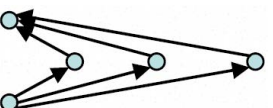
Pokud je hodnota t-poměru blízká nule, značí to, že vygenerovaná distribuce sítí je blízká pozorované sítí, co se dané statistiky zachycující danou konfiguraci týče. Jsou-li t-poměry všech modelovaných statistik dostatečně blízké nule, hovoříme o konvergenci modelu. V praxi se za dostatečné považují t-poměry, které jsou menší než 0,1 v absolutní hodnotě. Jde o žádoucí stav, protože to znamená, že odhady parametrů a související směrodatné chyby jsou spočteny na základě distribuce grafů, která je v průměru podobná námi pozorované sítí, a naše závěry tak pochází z realistické referenční distribuce. V balíku *statnet* v R je rovnou testována různost t-poměrů od nuly, přičemž pochopitelně zde usilujeme o nezamítnutí nulové hypotézy, tj. o vyšší p-hodnoty.

Podobně jako u logistické regrese je možné označit odhady, jejichž hodnota má podíl ke směrodatné chybě vyšší než 2 v absolutní hodnotě za statisticky významné, což odpovídá hladině významnosti 0,05 podle přibližného Waldova testu. Statisticky významný odhad lze v takových případech považovat za nenulový a lze z něj usoudit na to, že v síti působí mechanismus, který daná konfigurace operacionalizuje. Výsledné odhady parametrů v ERGM jsou vyjádřeny jako logaritmované šance, jejichž interpretace je opět analogická s logistickou regresí. Kladné hodnoty indikují, že zvýšení počtu dané konfigurace o jedna, *ceteris paribus*, zvyšuje pravděpodobnost výskytu vazby, zatímco záporné hodnoty indikují snížení této pravděpodobnosti. Hodnoty odhadů parametrů a jejich směrodatné chyby lze také využít ke konstrukci intervalů spolehlivosti, jak je u statistických modelů obvyklé. Obdobně jako u logistické regrese lze také přepočítat logaritmované šance na šance a pravděpodobnosti⁵. Při počítání pravděpodobnosti vzniku dané vazby je však nutné mít na paměti, že konfigurace v ERGM jsou uspořádány hierarchicky a jejich hierarchii je pro správnou interpretaci nutné respektovat. Například trojúhelník v neorientované síti sestává ze tří vazeb a ze tří cest o délce dva (2-cesta, *two-path*). Pokud bychom tedy chtěli vyjádřit pravděpodobnost vzniku vazby v trojúhelníku, musíme také započítat efekt průsečíku modelu (*intercept*, značí výchozí pravděpodobnost existence vazeb mezi náhodným párem uzlů) a efekt 2-cest.

Pro posouzení, zda daný model skutečně adekvátně reprodukuje modelo-

⁵ Konverzi logaritmovaných šancí na pravděpodobnosti provedeme jako $\exp(\text{logit}) / (1 + \exp(\text{logit}))$.

Tabulka 1. ERGM efekty, grafické znázornění odpovídajících konfigurací a jejich interpretace

Efekt	Konfigurace	Mechanismus/interpretace
edges		průsečík modelu; obecná tendence vysílat vazby
mutual		reciprocita
edgecov		strhávání vazeb
nodeifactor		atraktivita založená na kategoriálním atributu
nodeofactor		aktivita založená na kategoriálním atributu
nodematch		homofilie na kategoriálním atributu
nodecov		aktivita/atraktivita založená na kardinálním atributu
absdiff		homofilie na kardinálním atributu; negativní efekt značí tendenci nominovat méně odlišné aktéry
gwideg		akumulace příchozích vazeb (preferenční náklonnost)
gwodeg		akumulace odchozích vazeb; kontrola pro tendenci častých nominací
gwesp.OTP		tranzitivní uzávěra
gwesp.ITP		cyklická uzávěra
gwdsp.OTP		vícenásobná nepřímá propojenost (2-cesta); efekt nižšího řádu pro cyklickou a tranzitivní uzávěru

vanou sítí, a tedy zda dobře „sedí“ na daná data, je nutné ověřit shodu modelu s daty (*goodness of fit*). K tomu se používají simulace z konvergovaného modelu, jejichž prostřednictvím se vygeneruje velké množství sítí a ty se následně porovnají s pozorovanou sítí na základě zvolených celosíťových (globálních) charakteristik. Těmi běžně bývají distribuce stupňů, centralizace, distribuce geodetických vzdáleností a koeficient shlukování. Charakteristiky sítě jako celku totiž nejsou v modelu zahrnuty přímo, protože je nelze ze své podstaty přímo zachytit prostřednictvím (lokálních) konfigurací. Pokud model s danou specifikací relevantní strukturní charakteristiky dobře reprodukuje, lze považovat dané mechanismy za postačující ke vzniku sítě a lze tedy říct, že naše teoretická představa o tom, které mechanismy zapříčinily vznik sítě tak, jak ji pozorujeme v datech, je adekvátní. Prakticky lze ověření shody modelu s daty provést buď pomocí výpočtu t-poměrů, jak je popsáno výše (rovnice 3)⁶, nebo graficky prostřednictvím krabicových či houslových grafů. Pokud daná nemodelovaná vlastnost není extrémní vzhledem k simulované distribuci sítí, za což se považuje hodnota t-poměru větší než 1,96 v absolutní hodnotě či vizuální umístění v okrajích rozdělení v krabicovém nebo houslovém grafu, pak můžeme říct, že daný model dobře reprodukuje strukturu sítě jako celek.⁷

ERGM modely jsou poněkud neblaze proslulé potížemi s konvergencí. To v praxi znamená, že se simulačnímu algoritmu nedaří adekvátně reprodukovat modelované statistiky na základě pozorované sítě. Simulovaná distribuce se v tomto případě výrazně odlišuje od pozorované sítě. Problémy s konvergencí se týkají i jiných modelů využívajících princip maximální věrohodnosti. U klasických statistických modelů ale tento problém nastává zpravidla jen v extrémních případech jako při kompletní separaci či vysoké kolinearitě prediktorů. U ERGM se jedná spíše o pravidlo nežli výjimku. Je to způsobeno komplexitou, kterou do modelu vnáší endogenní efekty, které reprezentují zásadní relační mechanismy jako akumulace vazeb nebo triadická uzávěra. Původně se pro zachycení strukturních mechanismů používaly tzv. Markovovy konfigurace (typicky trojúhelník pro triadickou uzávěru a n-hvězdy pro zachycení distribuce stupňů). Tyto konfigurace jsou sice intuitivní, v praxi ale často neumožňovaly simulovat realistickou distribuci sítí pro spočtení odhadů parametrů a směrodatných chyb, neboť v simulacích vedly tyto konfigurace k vytváření distribucí buď téměř prázdných (bez vazeb), nebo naopak téměř plných (se všemi vazbami) sítí. Řešením tohoto problému byla

⁶ Simulace a t-poměry se tedy v rámci ERGM používají dvakrát. Nejprve se používají pro vygenerování referenční distribuce sítí, které jsou z hlediska *modelovaných* konfigurací co nejpodobnější pozorované sítí. Poté se používají k ověření shody modelu s daty, kdy se zjišťuje, zda *nemodelované* charakteristiky sítě nejsou příliš nepodobné pozorované sítí.

⁷ Kromě grafického zobrazení a t-poměrů nabízí výstup funkce *ergm* také hodnoty Akaikeho informačního kritéria (AIC) a Bayesovského informačního kritéria (BIC). AIC a BIC by neměly sloužit pro komplexní hodnocení shody modelu s daty, vhodné jsou především pro srovnání modelů zahrnující stejné konfigurace s odlišnými parametry α (viz Harris, 2014).

formulace tzv. alternujících či geometricky vážených efektů (*alternating, geometrically weighted*; Snijders et al., 2006), jaké používáme v našem modelu i my a jež jsou ilustrovány v Tabulce 1. Výchozí myšlenkou těchto efektů je, že v sociální realitě se zpravidla vazby nevyskytují v izolovaných konfiguracích, ale jsou často ukotvené v mnoha konfiguracích téhož druhu (třeba v trojúhelnících) zároveň. Ilustrujme to na příkladu. Pokud mají uzly C a D společného přítele, zvyšuje se pravděpodobnost, že budou samy také přátelé. S každým dalším společným přítelem, kterého C a D mají, tato pravděpodobnost dále narůstá, nikoliv však lineárně, nýbrž s určitým mezním přírůstkem, neboť rozdíl mezi 19 a 20 společnými přáteli je zanedbatelný, zatímco rozdíl mezi žádným a jedním společným přítelem je velký. Geometricky vážené konfigurace progresivně snižují váhu, kterou simulační algoritmy přiřkládají dalším a dalším konfiguracím ukotveným ve stejné dyádě. Díky tomu jsou simulované grafy daleko podobnější skutečným sociálním sítím a mnohem spíše dávají oporu pro realistickou statistickou inferenci.

Výsledky

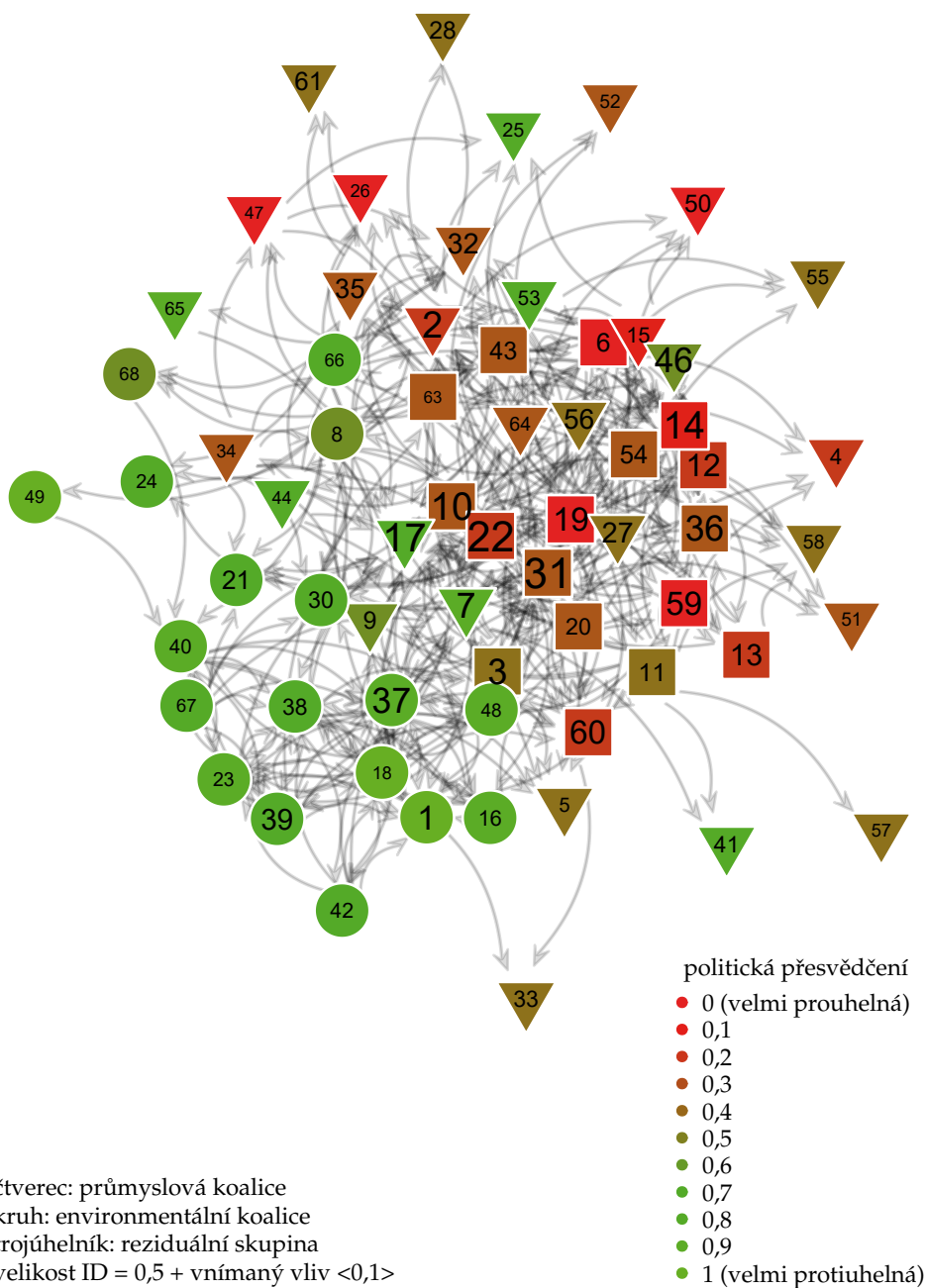
Začneme nejprve shrnutím popisných charakteristik sítě výměny informací. Síť je tvořena 68 uzly a 787 orientovanými vazbami. Hodnota hustoty sítě je 0,17, což znamená, že je přítomno 17 % ze všech vazeb, které by organizace mohly v síti navázat. Síť neobsahuje žádné izoláty a průměrný stupeň uzlu je 23 se směrodatnou odchylkou 13,4. Průměrný počet vazeb, příchozích i odchozích, je tedy cca 23, což představuje přímé spojení v průměru se 34 % z 68 organizací tvořících síť. Hodnota reciprocitity spočtená jako podíl reciprokých vazeb na počtu všech vazeb činí 0,4. Hodnota tranzitivity spočtená jako průměrná hustota sousedství každého uzlu je 0,55. Tyto hodnoty ve srovnání s pozorovanou hodnotou hustoty (0,17) ukazují na úroveň reciprocitity a tranzitivity v celé síti, netestují ale přímo tendence k nim. To nám ukáže až aplikace ERGM. Data a skript provázející celou analýzou vč. rozsáhlých anglických komentářů jsou dostupné online jako příloha elektronické verze článku⁸.

V této sekci se podrobně podíváme na výsledky našeho ERGM s důrazem na postup při modelování a následnou substantivní interpretaci výsledků. Tabulka 2 ukazuje průběžné výsledky od nulového modelu (model 0) až po model finální zahrnující všechny substantivní i kontrolní konfigurace (model 4) s tím, že každý následující model vždy zahrnuje efekty obsažené v modelech předchozích. Všechny výsledky jsou založeny na adekvátně konvergovaných modelech.

Model 0 je nulovým modelem, obsahuje tedy pouze průsečík (*edges*) a jeho výsledky indikují, jaká je pravděpodobnost výskytu vazby v síti za předpokladu, že ignorujeme jakékoliv další informace. Pro ERGM v sociálních sítích je typické, že je tento efekt silně záporný (−1,57), což znamená, že výskyt vazby je spí-

⁸ <https://doi.org/10.13060/csr.2023.046>

Graf 1. Sociogram sítě výměny informací mezi organizacemi zapojenými v českém uhelném sektoru



še nepravděpodobný (17 %). Všimněme si, že pokud převedeme odhady efektů z logaritmovaných šancí na pravděpodobnosti⁹, získáme hodnotu pozorované hustoty sítě (0,17).

Model 1 přidává k nulovému modelu efekt reciprocity (*mutual*). Ten je naopak silně pozitivní (1,53) a názorně ilustruje, jak zahrnutí další konfigurace v modelu ovlivňuje pravděpodobnost výskytu vazby. Pravděpodobnost výskytu vazby je obecně 17 %, ale pokud má daná vazba protějšek v opačném směru, pak je pravděpodobnost jejího výskytu výrazně vyšší (40 %) ¹⁰. Odhady parametrů v dalších modelech je možné interpretovat analogicky.

Model 2 přidává efekty související s působením dyadických mechanismů (*edgescov*), konkrétně se jedná o strhávání vazeb na základě spolupráce a vnímaného vlivu. Oba tyto efekty jsou výrazně pozitivní, přičemž efekt strhávání vazeb na základě spolupráce je téměř šestkrát silnější než na základě vnímaného vlivu. Ve zkratce, model 2 ukazuje, že jak reciprocity, tak strhávání vazeb na základě obou dále měřených sítí výrazně zvyšují pravděpodobnost výskytu vazeb v síti výměny informací mezi organizacemi zapojenými v českém uhelném sektoru.

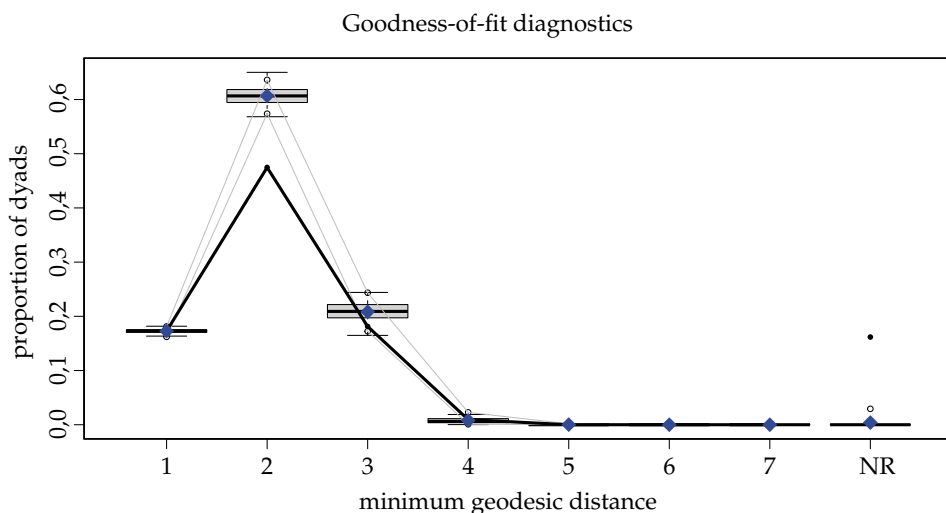
Model 3 zahrnuje na první pohled výrazně vyšší množství konfigurací, neboť jsou v něm obsaženy atribuční mechanismy, a to prostřednictvím aktivity (*nodeofactor*), atraktivity (*nodeifactor*) a homofilie (*nodematch* pro kategoriální atribut a *absdiff* pro kardinální). Pro každou kategorii typu organizace je spočten separátní koeficient a jeho směrodatná chyba. Nejprve podotkneme, že přidání konfigurací pro atribuční mechanismy do modelu v zásadě nezměnilo hodnotu odhadů již obsažených v modelu 2. Referenční kategorií pro proměnnou typ organizace jsou environmentální nevládní organizace (ENGOS). Z výsledků vidíme, že politické strany a státní organizace jsou v síti statisticky významně méně aktivní než ENGOS. U atraktivity uzlů na základě jejich typu vidíme pouze jeden statisticky významný koeficient, a to pro politické strany, který značí, že politické strany přijímají významně méně informací než environmentální organizace. Další organizace se však významně od environmentálních z hlediska atraktivity neliší. Co se politických přesvědčení jednotlivých organizací týče, tak záporný a statisticky významný efekt pro konfiguraci absolutního rozdílu mezi dvěma uzly značí, že čím je větší rozdíl v přesvědčeních mezi danými dvěma uzly, tím menší je pravděpodobnost, že mezi nimi bude vazba. Tento výsledek tak značí homofilii, neboť více si ideologicky podobné organizace (s menším rozdílem v přesvědčeních) mají vyšší pravděpodobnost výměny informací.

Při pohledu na výsledky ověření shody modelu 3 s daty vidíme, že jakoliv mohou jeho výsledky dávat na první pohled smysl, nejedná se o model, který by byl dostatečný pro vysvětlení toho, jaké mechanismy utváří strukturu

⁹ Z logaritmovaných šancí získáme pravděpodobnost následující transformací $\exp(-1,57)/(1 + \exp(-1,57)) = 0,17$.

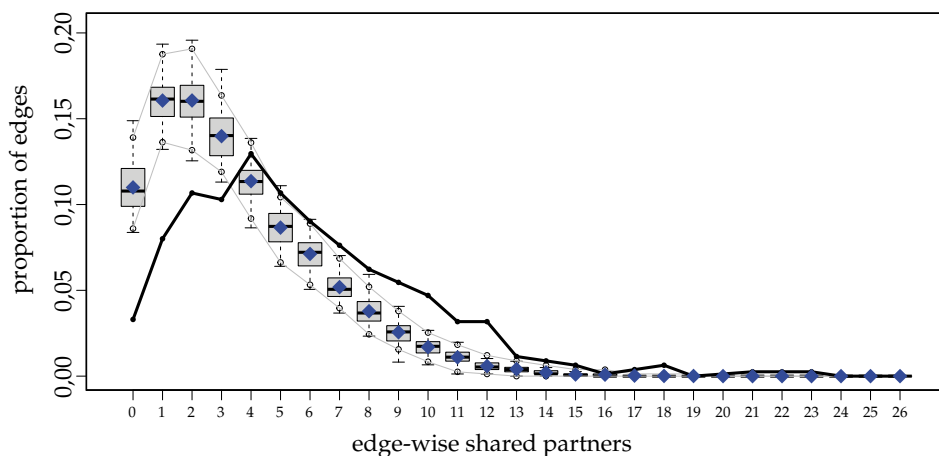
¹⁰ Pravděpodobnost, že nová vazba dotvoří reciprokou dyádu, spočteme jako $\exp(-1,95 + 1,54)/(1 + \exp(-1,95 + 1,54)) = 0,4$.

Graf 2. Shoda modelu 3 s daty pro rozdělení geodetických vzdáleností



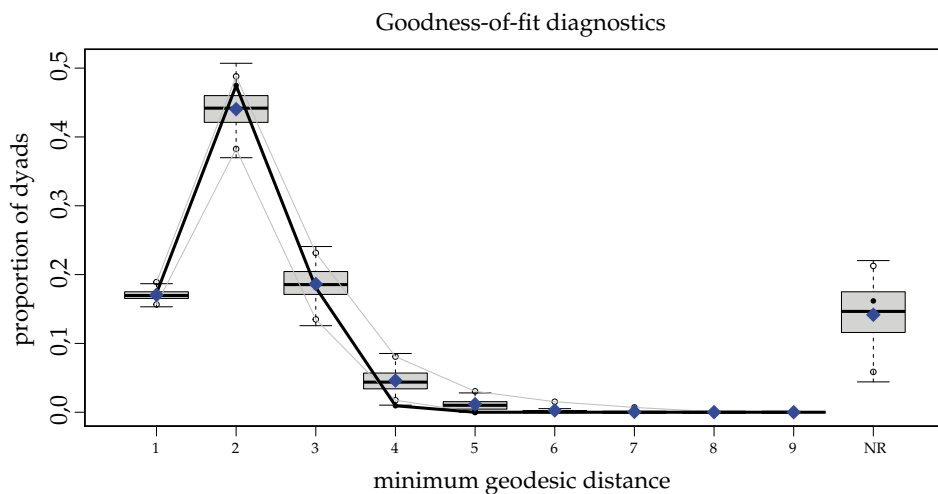
námi studované sítě. Distribuce sítí vygenerovaná na základě modelu 3 se totiž statisticky významně liší od charakteristik pozorované sítě: model nedokáže reprodukovat rozdělení odchozích a částečně ani příchozích stupňů (zde nezobrazeno), zcela má jiné rozdělení počtu 2-cest (společných partnerů propojených dyád; *edge-wise shared partners*) a do značné míry i rozdělení geodetických vzdáleností. To dokumentují grafy 2 a 3, v nichž jednotlivé krabicové diagramy představují rozdělení proporce dyád (resp. vazeb) s hodnotou dané statistiky (Graf 2 – počtu daných geodetických vzdáleností, Graf 3 – počtu 2-cest) uvedené na vodorovné ose vzešlé z tisíce simulací z daného modelu. Černá křivka v grafech představuje hodnoty v pozorované síti, přičemž pokud tato křivka kopíruje krabicové diagramy, pak to značí, že model dobře reprodukuje danou charakteristiku sítě. Grafy 4 a 5 lze číst analogicky. Z tohoto všeho lze usoudit, že v modelu 3 chybí další konfigurace, které by jej učinily realističtější.

Finální model 4 zahrnuje konfigurace pro všechny uvažované substantivní mechanismy (včetně strukturních) i kontrolní proměnné, jejichž přidáním by výsledný model mohl být adekvátně schopný postihnout strukturu sítě. I při zohlednění strukturních mechanismů mají stále statisticky významný a pozitivní efekt konfigurace reprezentující strhávání vazeb na základě spolupráce mezi organizacemi a vnímaného vlivu. U strhávání vazeb výměny informací na základě spolupráce se přitom jedná o nejsilnější efekt v celém modelu. Co se mechanismů atraktivity a aktivity týče, statisticky významně méně aktivní i atraktivní jsou v síti výměny informací politické strany. V případě atraktivity jsou navíc ještě na hranici statistické významnosti méně atraktivní profesní nevládní organizace. Státní organizace jsou pak statisticky významně méně aktivní. Další efekt,

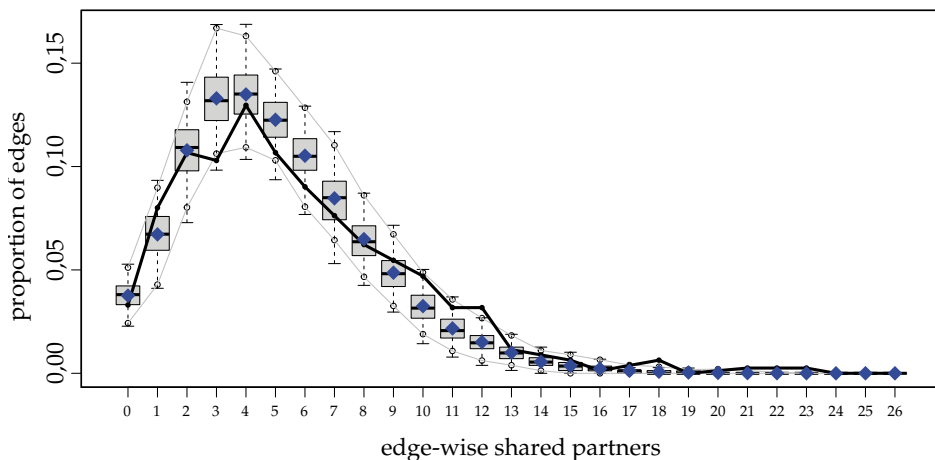
Graf 3. Shoda modelu 3 s daty pro rozdělení dvou-cest (společných partnerů propojených dyád)

který se nezměnil po přidání strukturních konfigurací, je absolutní rozdíl v politických postojích mezi informačně propojenými informacemi. I nadále je tento efekt významně negativní, takže model 4 potvrzuje homofilní tendence organizací k vytváření vazeb na základě ideologické podobnosti. Pozitivní a statisticky významný efekt homofilie na základě typu organizací (*nodematch*) indikuje, že organizace, které jsou stejného typu, mají vyšší pravděpodobnost výměny informací. Konečně, mezi strukturními mechanismy nacházíme tři statisticky významné efekty. Prvním z nich je efekt geometricky vážených vstupních stupňů (*gwidegree*), který operacionalizuje tendence aktérů k akumulaci příchodích vazeb. Pozitivní hodnota tohoto koeficientu poněkud neintuitivně indikuje tendenci, tedy že organizace v síti mají tendence příchodí vazby výměny informací neakumulovat. Obecně lze říci, že pozitivní hodnota koeficientu značí, že pravděpodobnost vazby je vyšší pro uzly s nižším nežli vyšším stupněm (počtem vazeb) – distribuce stupňů se stává více vyrovnanou. Negativní hodnota značí, že tato pravděpodobnost je vyšší naopak pro uzly s vyšším nežli nižším stupněm – distribuce stupňů se stává více nerovnou. Negativní hodnoty tedy indikují tendence ke koncentraci vazeb, zatímco pozitivní hodnoty indikují decentralizaci vazeb v síti (Levy, 2016). Slabě negativní hodnotu má koeficient geometricky váženého počtu 2-cest (*gwdsdp.OTP*). Tato konfigurace zachycující otevřené trojúhelníky byla zahrnuta coby kontrolní konfigurace nižšího řádu pro uzavřené ukotvené trojúhelníky (*gwesp*) operacionalizující triadickou uzávěru. Triadická uzávěra je modelována dvěma teoreticky relevantními způsoby: tranzitivně (tedy hierarchicky; konfigurace *gwesp.OTP*) a cyklicky (tedy decentralizovaně; konfigurace *gwesp.ITP*). Statisticky významně pozitivní je hodnota parametru konfigurace pro tranzitivní uzávěru, což značí, že organizace mají tendenci sdílet informace s těmi, se kterými mají společné

Graf 4. Shoda modelu 4 s daty pro rozdělení geodetických vzdáleností



Graf 5. Shoda modelu 4 s daty pro rozdělení dvou-cest (společných partnerů propojených dyád)



informační partnery, čímž dochází k uzavírání trojúhelníků. Takto vyvstávají lokální hierarchie, kde jsou některé organizace pouze příjemci informací, jiné jsou příjemci i poskytovateli a některé jsou pouze poskytovateli.

Model 4 na data „sedí“ výrazně lépe než model 3. Za prvé, model vykazuje adekvátní konvergenci. Modelované statistiky jsou zachyceny přesně a vý-

Tabulka 2. Výsledky exponenciálních modelů náhodných grafů – první část

	Exponenciální modely náhodných grafů			
	Model 0	Model 1	Model 2	Model 4
edges	-1,57 (0,04)	-1,95 (0,05)	-2,69 (0,07)	-3,45 (0,46)
dyadické mechanismy				
edgecov (spolupráce)			4,17 (0,19)	3,62 (0,19)
edgecov (vnímaný vliv)			0,72 (0,11)	0,46 (0,11)
atribuční mechanismy				
nodeifactor (typ org.: průmysl)			-0,00 (0,25)	0,05 (0,19)
nodeifactor (typ org.: NGO)			-0,59 (0,34)	-0,55 (0,29)
nodeifactor (typ org.: strana)			-0,80 (0,23)	-0,52 (0,19)
nodeifactor (typ org.: výzkum)			-0,18 (0,22)	-0,10 (0,17)
nodeifactor (typ org.: stát)			0,28 (0,22)	0,19 (0,17)
nodeofactor (typ org.: průmysl)			-0,52 (0,23)	-0,18 (0,17)
nodeofactor (typ org.: NGO)			0,14 (0,28)	0,03 (0,22)
nodeofactor (typ org.: strana)			-0,89 (0,21)	-0,49 (0,16)
nodeofactor (typ org.: výzkum)			-0,79 (0,20)	-0,18 (0,14)
nodeofactor (typ org.: stát)			-1,49 (0,22)	-0,66 (0,17)
nodematch (typ org.)			0,49 (0,12)	0,42 (0,12)
nodecov (politická přesvědčení)			-0,05 (0,21)	0,05 (0,14)
absdiff (politická přesvědčení)			-1,44 (0,27)	-1,02 (0,23)

Tabulka 2. Výsledky exponenciálních modelů náhodných grafů – druhá část

	Exponenciální modely náhodných grafů				
	Model 0	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
strukturní mechanismy					
mutual (reciprocita)		1,54 (0,13)	1,41 (0,11)	1,51 (0,15)	0,94 (0,18)
gwideg (akumulace příchozí)					2,15 (0,88)
gwodeg (akumulace odchozí)					0,34 (0,45)
gwdsp.OTP (2-cesty)					-0,12 (0,02)
gwesp.OTP (tranzitivní uzávěra)					1,05 (0,13)
gwesp.ITP (cyklická uzávěra)					0,04 (0,04)

Poznámka: Statisticky významné odhady jsou zvýrazněny kurzívou. Referenční kategorie proměnné typ organizace je ENGO (environmentální nevládní organizace).

sledky modelu jsou tak založené na adekvátní referenční distribuci. Za druhé, vidíme také značné zlepšení, co se přímo nemodelovaných celosíťových (globálních) charakteristik týče. Rozdělení počtu sdílených partnerů propojených dyád (2-cest) a geodetických vzdáleností model reprodukuje velice přesvědčivě, zatímco rozdělení odchozích (*odegree*) a příchozích stupňů (*idegree*) vykazuje jen drobné odchylky v několika málo částech distribuce (grafy 4 a 5).

Zmiňme ještě krátce technické aspekty výše uvedených ERGM modelů. Pro všechny modely byla využita nová verze 4.0 balíku *ergm* v R (Krivitsky et al., 2022), který je součástí seskupení dalších balíků pro SNA zvané *statnet*. Alternativně lze k výpočtu ERGM použít software *PNet* (Wang et al., 2009), který ale není implementován v R a neumožňuje práci ani s jiným kódem/syntaxí, kvůli čemuž je hůře reprodukovatelný. *PNet* ovšem na druhou stranu nabízí větší množství konfigurací, které lze modelovat. Nehledě na konkrétní software, výpočet ERGM je mnohdy doprovázen komplikacemi s konvergencí, které patrně tvoří největší bariéru pro jeho častější užití. Tyto problémy lze minimalizovat následujícími způsoby:

(1) Postupné přidávání konfigurací od modelu nulového až po model obsahující teoreticky relevantní strukturní mechanismy, které jsou nejkompexnější. U každého průběžného modelu lze přitom jednak pozorovat chování modelu, ale především lze použít výsledky z konvergentního modelu jako výchozí hodnoty pro model s přidáním nových konfigurací, což pomáhá při simulacích referenční distribuce sítí (Harris, 2014).

(2) Práce s technickými parametry modelu, zejména s množstvím simulací, které simulační algoritmus zkouší před konvergencí. Toho lze docílit prostřednictvím zvýšení velikosti výběru z možných sítí (*statnet*), resp. multiplikačního faktoru (*PNet*). To ovšem zvyšuje čas, který si výpočet ERGM žádá. Pro představu: model 4 s nastavením výchozích odhadů na základě modelu 3 zabral na PC s operační pamětí 16 GB RAM a procesorem 2,60 GHz cca 14 minut. V R je možné tento proces zrychlit paralelizací na více jader procesoru.

(3) Omezení (*constraint*) simulací jen na podmnožinu přípustných sítí. V praxi to znamená, že simulační algoritmus nesimuluje určité typy sítí, protože jsou nerealistické nebo přímo nemožné z povahy výzkumu či jeho designu. Často se například fixuje hustota sítě, což znamená, že se neodhaduje průsečík (*edges*) modelu a simulace pracují pouze se sítěmi se stejným počtem vazeb, jako má síť pozorovaná. Jindy je možné zafixovat rozdělení odchozích stupňů, což se hodí v situacích, kdy je v dotazníkovém šetření respondentům umožněno nominovat jen omezené množství ostatních jako příjemce vazeb.

Nová verze *ergm* 4.0 nejenže urychluje celý proces simulací a výpočtů ERGM, ale navíc do značné míry automatizuje bod 2, neboť se simulační algoritmus snaží průběžně upravovat algoritmická nastavení tak, aby další iterace měla co největší šanci na konvergenci. Tato novinka z počátku roku 2022 je doposud málo vyzkoušená, má nicméně potenciál revolučním způsobem usnadnit práci s ERGM.

Diskuse

Záměrem tohoto článku bylo představit základní předpoklady a komponenty exponenciálních modelů náhodných grafů (ERGM) na příkladu sítě výměny expertních informací v českém uhelném sektoru. Připomeňme, že ERGM umožňuje na rozdíl od klasických statistických přístupů explicitně modelovat interdependence v síťových datech a vysvětlovat formování vazeb v pozorované síti prostřednictvím souboru relačních mechanismů. Silnou stránkou ERGM je, že umožňuje současně testovat vícero teoreticky relevantních, mnohdy soupeřících vysvětlení formování vazeb. Přitom je možné zahrnout tři typy relačních mechanismů: atribuční, dyadické a strukturní. Právě této flexibilitě, a z ní vyplývající schopnosti zachycovat komplexní společenskovední koncepty a teorie, vděčí ERGM za svou rychle rostoucí oblibu.

Cílem výzkumu bylo zjistit, které relační mechanismy ovlivňují výměnu expertních informací. Výsledky finálního modelu ukázaly působení hned několika relačních mechanismů. Jde-li o *atribuční mechanismy*, zajímavým výsledkem je v porovnání s referenční kategorií environmentálních organizací nižší atraktivita politických stran. To lze přičíst tomu, že v českém kontextu k formulaci politik dochází zpravidla na úrovni kompetentních ministerstev a specializovaných institucí, nikoliv politických stran. Politické strany současně vykazují nižší aktivitu, což značí, že se výměny expertních informací účastní obecně méně než ostatní typy organizací. Méně aktivní jsou také státní organizace. Lze spekulovat, že vzhledem ke své klíčové pozici v politickém procesu nejsou tyto organizace, zahrnující i zmíněná kompetentní ministerstva, motivovány k předávání expertních informací vně okruh organizací vládnutí. To je konzistentní s přítomností interorganizační homofilie, tj. tendence organizací stejného typu vytvářet vazby, podporující předpoklad významu funkcionální diferenciacie v rámci sledovaného subsystému. Sledovat lze také ideologickou homofilii. Ideologická homofilie byla široce zdokumentována v případě sítě spolupráce v kontextu konfliktních subsystémů (Kammerer et al., 2021), její přítomnost v případě výměny expertních informací je, alespoň v evropském kontextu, spíše překvapivá (Wagner et al., 2021). Výslednou ideologickou segmentaci výměny expertních informací pak lze považovat za překážku kompromisní tvorby politik (srov. Ocelík et al., 2019).

Oba zahrnuté *dyadické mechanismy*, konkrétně strhávání vazeb na základě spolupráce, resp. vnímaného vlivu, jsou přítomné. Znatelně vyšší efekt spolupráce dále naznačuje, že výměna expertních informací je do značné míry podmíněna existující segmentací subsystému – nejspíše na úrovni ideologicky homogenních koalic. Mezi *strukturními mechanismy* zachycujícími procesy sebeorganizace sítě vidíme tendence k reciprocitě, tranzitivitě a decentralizaci příchozích vazeb. První dva efekty jsou očekávané, neboť reciprocita a tranzitivita typicky zvyšují důvěru a odolnost vztahů mezi organizacemi, tj. vlastnosti důležité v konfliktních prostředích. Naproti tomu decentralizace příchozích vazeb je spíše překvapivá, protože lze očekávat, že expertní informace budou preferenčně cíleny na užší skupinu aktérů charakterizovaných klíčovou pozicí v politickém procesu – typic-

ky ministerstva. Dílčím vysvětlením tohoto výsledku může být přítomnost inter-organizační homofilie a segmentace interakcí na základě koaliční příslušnosti (viz Ocelík et al., 2019) přispívající k rovnoměrnější distribuci expertních informací mezi skupinami organizací definovaných funkcionální podobností (typicky výzkumné organizace) a také „spojenci“ v rámci koalic.

Síť organizací v českém uhelném sektoru, kterou jsme zde studovali jako empirický příklad, lze charakterizovat jako orientovanou unimodální uniplexní binární průřezovou síť. Znamená to, že jako závislá proměnná v analýze figuruje síť v jednom časovém bodě s jedním typem orientovaných vazeb, které nemají žádnou sílu a kde je jen jeden typ uzlů. Takováto síť patří mezi ty nejčastěji se vyskytující ve společenskovědním výzkumu a také nejčastěji analyzované, na něž je možné aplikovat takřka všechny možné nástroje v rámci ERGM. ERGM však lze využít i v případě méně běžných typů sítí. Sítě neorientované představují vůbec nejsnazší případ, neboť nerozlišení směru vazeb značně snižuje komplexitu modelovaných konfigurací i simulace, přičemž jinak platí ty samé principy, které jsme předestřeli výše.

Bimodální (*two-mode*) či bipartitní (*bipartite*) sítě představují případ, kdy se v síti vyskytují dva typy uzlů (*mody*), přičemž vazby jsou definovány jen napříč *mody*, nikoliv v nich. Typicky se jedná o aktéry na jedné straně a jejich skupiny či afiliace na straně druhé, přičemž vazba znamená „býti členem“. I bipartitní síť lze modelovat pomocí ERGM (Wang, Pattison et al. 2013), a to jak v *MPNetu*, tak ve *statnetu*. Spojením alespoň jedné unimodální sítě s alespoň jednou další bipartitní sítí, které sdílejí jeden mód, pak vzniká tzv. víceúrovňová síť (*multi-level network*; Wang, Robins et al. 2013). Víceúrovňové sítě skýtají vysokou míru komplexity, protože zahrnují nejen konfigurace unimodálních a bipartitních sítí, ale také konfigurace jejich kombinací. Prakticky lze ERGM na víceúrovňové sítě aplikovat v *MPNetu*.

I pro multiplexní síť existují extenze ERGM. Multiplexní (či někdy též multivariační) sítě jsou takové sítě, v nichž je definováno více typů vazeb mezi jednou množinou uzlů. Jak jsme již předeslali výše, i naše síť je multiplexní, neboť máme celkem 68 uzlů a mezi nimi tři typy vazeb – výměnu informací, spolupráci a vnímaný vliv. Naše analýza se ovšem zaměřila na vysvětlení sítě výměny informací mezi organizacemi, přičemž jako kovariáty v modelu byly využity i zbylé dvě sítě. Plně multiplexní ERGM analýza by měla jako závislé proměnné dvě nebo více typů vazeb zároveň, přičemž možné konfigurace nabývají na komplexitě. Lze tak modelovat prostý spoluvýskyt různých typů vazeb až po multiplexní formy triadické uzávěry. V praxi lze modelovat dva typy vazeb zároveň pomocí programu *XPNet*.

Vazby v sítích zkoumaných v této stati byly všechny pojímány jako binární nebo též dichotomické. Znamená to, že u takových vazeb rozlišujeme pouze jejich přítomnost nebo absenci. V řadě empirických příkladů však může být žádoucí zohlednit i různé typy síly vazeb (např. počet telefonních hovorů nebo frekvence společného výskytu na daném místě), což je případ tzv. ohodnocených

či vážených sítí (*valued*, resp. *weighted networks*). Rozšíření ERGM na tento typ dat není triviální, neboť zde jednoduše nestačí výchozí statistický aparát binární logistické regrese. V současnosti sice existuje implementované rozšíření ERGM na vážené sítě v balíku *ergm.count* (Krivitsky, 2012), který je součástí prostředí *statnet* v R, toto rozšíření však doposud nabízí jen několik málo konfigurací pro praktické užití v modelech. Výchozí myšlenkou tohoto rozšíření je, že se modeluje nejen struktura sítě, ale současně také rozdělení hodnoty vazeb v síti.

Konečně, námi zkoumaná síť je statická, tj. založená na průřezových datech mapujících strukturu sítě v jednom časovém období. Síť se nicméně v čase mění – existující vazby se rozpadají, nové vznikají, mění se atributy uzlů atd. Změnu sítí v čase lze také modelovat pomocí ERGM za předpokladu, že výzkumníci mají k dispozici longitudinální síťová data. Prvním rozšířením ERGM na longitudinální data byl tzv. TERGM (*temporal ERGM*; Hanneke et al., 2010). TERGM je autoregresivní model, takže předchozí stavy sítě v něm figurují jako prediktory stavu v následujících diskretních časových úsecích. Tento předpoklad se ale v praxi ukazuje jako problematický, protože čím více změn v síti mezi vlnami je, tím více jsou odhady TERGM nepřesné (Block et al., 2018). Jako alternativa byl proto vyvinut STERGM (*separable temporal ERGM*; Krivitsky a Handcock, 2014), který rozkládá efekt jednotlivých relačních mechanismů na změny v síti na dvě komponenty: vznik nových vazeb a rozpad vazeb stávajících. Díky tomu jsou STERGM nejen substantivně zajímavější než TERGM, ale také využívají více informací v longitudinálních datech. Další alternativou pro modelování panelových síťových dat jsou na aktéry orientované stochastické modely (*stochastic actor-oriented model*; SAOM; Snijders, 1996; Snijders et al., 2010). Tyto modely s ERGM sdílí stejnou výchozí logiku, tedy že relační mechanismy lze operacionalizovat jako konfigurace a jejich efekt lze následně modelovat prostřednictvím simulací. V čem se ale SAOM liší je, jak jejich název napovídá, orientace na aktéry. SAOM předpokládají, že uzly jsou aktéři nadaní schopností jednat (tj. formovat své vazby) tak, aby jim jejich pozice v síti co nejvíce vyhovovala. Výsledné odhady parametrů potom udávají, které mechanismy táhnou změny v dané síti v čase, přičemž je lze přímo interpretovat jako preference aktérů pro navazování vazeb v rámci určitých konfigurací. SAOM jsou implementovány v rozsáhlém balíku *RSiena* v R, který je doprovázený detailním manuálem (Ripley et al., 2019).

Při aplikaci jakékoli metody výzkumu musíme vždy dbát na její omezení. Kromě standardních omezení, která známe z klasické statistické analýzy, je při užití ERGM třeba brát v úvahu rovněž vyšší citlivost vůči chybějícím datům (platí pro SNA obecně), výpočetní náročnost v případě větších sítí a/nebo komplexnějších specifikací modelů a v důsledku překotného vývoje ERGM také dosud neustálenou dobrou praxi a ne zcela kodifikovanou terminologii. Posledně jmenované je patrné zejména při srovnání balíků *statnet* a *MPnet* užívajících pro tytéž konfigurace odlišná pojmenování. Úspěch ERGM rovněž může navádět k využívání tohoto způsobu modelování sítí i tam, kde by bylo vhodnější využít jiné modely či přístupy. Pokud je ovšem naším záměrem porozumět procesům

formování vazeb uvnitř ohraničeného souboru uzlů, ERGM nabízí robustní a širce využitelný rámec statistického modelování, který je rozvíjen ruku v ruce s komplexními společenskovědními teoriemi.

TOMÁŠ DIVIÁK působí jako *Presidential Fellow na katedře kriminologie a v Mitchell Centre for Social Network Analysis při univerzitě v Manchesteru*. Spolupracuje také s katedrou sociologie Filozofické fakulty Univerzity Karlovy. Zabývá se především aplikací analýzy sociálních sítí ve studiu zločinu, ale o analýzu sítí se zajímá i metodologicky nebo v souvislosti s její aplikací ve výzkumu zdraví, politických nebo historických sítí. Jeho výzkum byl publikován mj. v *Social Networks*, *Journal of Experimental Criminology*, *European Journal of Criminology* či *EPJ Data Science*.

ORCID: 0000-0001-7239-8466

PETR OCELÍK je docentem na katedře mezinárodních vztahů a evropských studií a Mezinárodním politologickém ústavu na Masarykově univerzitě. Jeho výzkum se zaměřuje na studium energetických a klimatických politik prostřednictvím perspektivy politických sítí. Je spoluautorem článků publikovaných mj. v *Energy Policy*, *Energy Research and Social Science*, *Social Networks*, *Governance*, *Politics and Governance* nebo *Society and Natural Resources*.

ORCID: 0000-0002-0690-265X

Literatura

- Amati, V. a Stadtfeld, C. (2021). Network Mechanisms and Network Models. In G. Manzo (ed.), *Research Handbook on Analytical Sociology*. Edward Elgar Publishing. <https://doi.org/10.4337/9781789906851.00032>
- Block, P., Koskinen, J., Hollway, J., Steglich, C. a Stadtfeld, C. (2018). Change We Can Believe in: Comparing Longitudinal Network Models on Consistency, Interpretability and Predictive Power. *Social Networks*, 52, 180–191. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2017.08.001>
- Brandes, U., Robins, G., McCranie, A. a Wasserman, S. (2013). What Is Network Science? *Network Science*, 1(01), 1–15. <https://doi.org/10.1017/nws.2013.2>
- Coleman, J. S. (1988). Social Capital in the Creation of Human Capital. *American Journal of Sociology*, 94, S95–S120. <https://doi.org/10.1086/228943>
- Cranmer, S. J., Desmarais, B. A. a Morgan, J. W. (2020). *Inferential Network Analysis*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781316662915>
- Daraganova, G., Pattison, P., Koskinen, J., Mitchell, B., Bill, A., Watts, M. a Baum, S. (2012). Networks and Geography: Modelling Community Network Structures as the Outcome of Both Spatial and Network Processes. *Social Networks*, 34(1), 6–17. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2010.12.001>
- De Solla Price, D. (1976). A General Theory of Bibliometric and Other Cumulative

- Advantage Processes. *Journal of the American Society for Information Science*, 27(5), 292–306. <https://doi.org/10.1002/asi.4630270505>
- Fischer, M. a Sciarini, P. (2015). Unpacking Reputational Power: Intended and Unintended Determinants of the Assessment of Actors' Power. *Social Networks*, 42, 60–71. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2015.02.008>
- Hanneke, S., Fu, W. a Xing, E. P. (2010). Discrete Temporal Models of Social Networks. *Electronic Journal of Statistics*, 4, 585–605. <https://doi.org/10.1214/09-EJS548>
- Harris, J. K. (2014). *An Introduction to Exponential Random Graph Modeling*. SAGE Publications Ltd. <https://doi.org/10.4135/9781452270135>
- Hedström, P. (2005). *Dissecting the Social: On the Principles of Analytical Sociology*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511488801>
- Holland, P. W. a Leinhardt, S. (1971). Transitivity in Structural Models of Small Groups. *Comparative Group Studies*, 2(2), 107–124. <https://doi.org/10.1177/106449647100200201>
- Kammerer, M., Wagner, P. M., Gronow, A., Ylä-Anttila, T., Fisher, D. R. a Sun-Jin, Y. (2021). What Explains Collaboration in High and Low Conflict Contexts? Comparing Climate Change Policy Networks in Four Countries. *Policy Studies Journal*, 49(4), 1065–1086. <https://doi.org/10.1111/psj.12422>
- Krivitsky, P. N. (2012). Exponential-family Random Graph Models for Valued Networks. *Electronic Journal of Statistics*, 6(0), 1100–1128. <https://doi.org/10.1214/12-EJS696>
- Krivitsky, P. N. a Handcock, M. S. (2014). A Separable Model for Dynamic Networks. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 76(1), 29–46. <https://doi.org/10.1111/rssb.12014>
- Krivitsky, P. N., Hunter, D. R., Morris, M. a Klumb, C. (2022). ergm 4: New features. *arXiv:2106.04997 [stat]*. <http://arxiv.org/abs/2106.04997>
- Leifeld, P. a Schneider, V. (2012). Information Exchange in Policy Networks: INFORMATION EXCHANGE IN POLICY NETWORKS. *American Journal of Political Science*, 56(3), 731–744. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5907.2011.00580.x>
- Levy, M. (2016). gwdegree: Improving Interpretation of Geometrically-weighted Degree Estimates in Exponential Random Graph Models. *Journal of Open Source Software*, 1(3). <https://doi.org/10.21105/joss.00036>
- Lusher, D., Koskinen, J. a Robins, G. (ed.). (2013). *Exponential Random Graph Models for Social Networks: Theory, Methods, and Applications*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511894701>
- Lusher, D. a Robins, G. (2012). Formation of Social Network Structure. In D. Lusher, J. Koskinen a G. Robins (ed.), *Exponential Random Graph Models for Social Networks* (s. 16–28). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511894701.004>
- McPherson, M., Smith-Lovin, L. a Cook, J. M. (2001). Birds of a Feather: Homophily in Social Networks. *Annual Review of Sociology*, 27, 415–444. <https://doi.org/10.1146/annurev.soc.27.1.415>
- Merton, R. K. (1968). The Matthew Effect in Science: The Reward and Communication Systems of Science Are Considered. *Science*, 159(3810), 56–63. <https://doi.org/10.1126/science.159.3810.56>
- Ocelík, P., Svobodová, K., Hendrychová, M., Lehotský, L., Everingham, J.-A., Ali, S. ... Lechner, A. (2019). A Contested Transition Toward a Coal-free Future: Advocacy Coalitions and Coal Policy in the Czech Republic. *Energy Research & Social Science*, 58, 101283. <https://doi.org/10.1016/j.erss.2019.101283>
- Ripley, R. M., Snijders, T. A. B., Boda, Z., Vörös, A. a Preciado, P. (2019). *Manual for SIENA version 4.0 (version February 21, 2019)*. University of Oxford, Department of Statistics, Nuffield College. <http://www.stats.ox.ac.uk/siena/>
- Rivera, M. T., Soderstrom, S. B. a Uzzi, B. (2010). Dynamics of Dyads in Social Networks:

- Assortative, Relational, and Proximity Mechanisms. *Annual Review of Sociology*, 36(1), 91–115. <https://doi.org/10.1146/annurev.soc.34.040507.134743>
- Robins, G. (2013). A Tutorial on Methods for the Modeling and Analysis of Social Network Data. *Journal of Mathematical Psychology*, 57(6), 261–274. <https://doi.org/10.1016/j.jmp.2013.02.001>
- Robins, G. (2015). *Doing Social Network Research*. SAGE publications.
- Robins, G. a Lusher, D. (2012). Simplified Account of an Exponential Random Graph Model as a Statistical Model. In D. Lusher, J. Koskinen a G. Robins (ed.), *Exponential Random Graph Models for Social Networks* (s. 29–36). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511894701.005>
- Robins, G., Pattison, P., Kalish, Y. a Lusher, D. (2007). An Introduction to Exponential Random Graph (p*) Models for Social Networks. *Social Networks*, 29(2), 173–191. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2006.08.002>
- Robins, G., Pattison, P. a Wang, P. (2009). Closure, Connectivity and Degree Distributions: Exponential Random Graph (p*) Models for Directed Social Networks. *Social Networks*, 31(2), 105–117. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2008.10.006>
- Scott, J. a Carrington, P. J. (2011). *The SAGE Handbook of Social Network Analysis*. SAGE.
- Snijders, T. A. B. (1996). Stochastic Actor-oriented Models for Network Change. *Journal of Mathematical Sociology*. <https://doi.org/10.1080/0022250X.1996.9990178>
- Snijders, T. A. B. (2002). Markov Chain Monte Carlo Estimation of Exponential Random Graph Models. *Journal of Social Structure*, 3.
- Snijders, T. A. B. (2011). Statistical Models for Social Networks. *Annual Review of Sociology*, 37(1), 131–153. <https://doi.org/10.1146/annurev.soc.012809.102709>
- Snijders, T. A. B. (2013). Network Dynamics. In R. Wittek, T. A. B. Snijders a V. Nee (ed.), *The Handbook of Rational Choice Social Research* (s. 252–280). Stanford Social Sciences, an imprint of Stanford University Press.
- Snijders, T. A. B. a Koskinen, J. (2012). Simulation, Estimation, and Goodness of Fit. In D. Lusher, J. Koskinen a G. Robins (ed.), *Exponential Random Graph Models for Social Networks: Theory, Methods, and Applications* (s. 141–166). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511894701.014>
- Snijders, T. A. B., Pattison, P. E., Robins, G. L. a Handcock, M. S. (2006). New Specifications for Exponential Random Graph Models. *Sociological Methodology*, 36(1), 99–153. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9531.2006.00176.x>
- Snijders, T. A. B., van de Bunt, G. G. a Steglich, C. E. G. (2010). Introduction to Stochastic Actor-based Models for Network Dynamics. *Social Networks*, 32(1), 44–60. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2009.02.004>
- Stadtfeld, C. a Amati, V. (2021). Network Mechanisms and Network Models. In G. Manzo (ed.), *Research Handbook on Analytical Sociology* (s. 432–452). Edward Elgar Publishing. <https://doi.org/10.4337/9781789906851.00032>
- Victor, J. N., Montgomery, A. H. a Lubell, M. (ed.). (2018). *The Oxford Handbook of Political Networks*. Oxford University Press.
- Wagner, P. M., Ylä-Anttila, T., Gronow, A., Ocelík, P., Schmidt, L. a Delicado, A. (2021). Information Exchange Networks at the Climate Science-policy Interface: Evidence from the Czech Republic, Finland, Ireland, and Portugal. *Governance*, 34(1), 211–228. <https://doi.org/10.1111/gove.12484>
- Wang, P. (2013). Exponential Random Graph Model Extensions: Models for Multiple Networks and Bipartite Networks. In D. Lusher, J. Koskinen a G. Robins (ed.), *Exponential Random Graph Models for Social Networks: Theory, Methods, and Applications* (s. 115–129). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511894701.012>
- Wang, P., Pattison, P. a Robins, G. (2013). Exponential Random Graph Model

- Specifications for Bipartite Networks—A Dependence Hierarchy. *Social Networks*, 35(2), 211–222. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2011.12.004>
- Wang, P., Robins, G. a Pattison, P. (2009). *PNet: Program for the Simulation and Estimation of Exponential Random Graph (p^*) Models*. University of Melbourne. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2008.08.002>
- Wang, P., Robins, G., Pattison, P. a Lazega, E. (2013). Exponential Random Graph Models for Multilevel Networks. *Social Networks*, 35(1), 96–115. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2013.01.004>
- Wasserman, S. a Faust, K. (1994). *Social Network Analysis: Methods and Applications*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511815478>
- Weible, C. M., Heikkilä, T. a Pierce, J. (2018). Understanding Rationales for Collaboration in High-intensity Policy Conflicts. *Journal of Public Policy*, 38(1), 1–25. <https://doi.org/10.1017/S0143814X16000301>